Salvador BA: UCSal, 8 a 10 de Outubro de 2014, ISSN 2316-266X n.3, v. 1, p. 125-138

INTRODUÇÃO DAS FUNÇÕES RACIONAIS NO ENSINO MÉDIO

JACOMINO, Thiago Marques Zanon
Professor Mestre do Instituto Federal do Espírito Santo - IFES
thiago.jacomino@ifes.edu.br

CASTRO, Rigoberto Gregório Sanabria
Professor Doutor da Universidade Estadual do Norte Fluminense – UENF
sanabria@uenf.br

RESUMO
Neste trabalho, propomos a inserção do estudo das funções racionais na matriz curricular de matemática no Ensino Médio. Essa introdução torna-se viável, na medida em que os alunos já possuem as ferramentas necessárias ao trabalhar com as funções polinomiais, pois o assunto já faz parte de seu programa de estudo. Ao estudar funções polinomiais, os alunos terão conhecimento que a soma, a diferença ou o produto de duas funções é ainda uma função polinomial, mas o quociente de duas funções não é, geralmente, uma polinomial. Essa observação motiva a definição de funções racionais, bem como a introdução ao seu estudo. O tratamento gráfico das funções racionais gira em torno da obtenção de suas assíntotas e a partir da análise de sua lei de formação. De forma a tornar o assunto mais interessante e atrativo para os alunos, propomos, ainda, a utilização do laboratório de informática da escola, onde os mesmos poderão fazer as constatações e confirmar os resultados obtidos em sala de aula.

Palavras-chave:: Educação Matemática. Funções Racionais. Informática na Educação.

ABSTRACT
In this paper, we propose the inclusion of the study of rational functions in the curriculum of mathematics in high school. This entry becomes viable to the extent that students already have the necessary tools to work with polynomial functions because it is already part of your program of study. By studying polynomial functions, students will have knowledge that the sum, the difference or the product of two functions is still a polynomial function, but the quotient of two functions is generally not a polynomial. This observation motivates the definition of rational functions as well as the introduction to his study. The graphic treatment of rational functions revolves around getting their asymptotes and from the analysis of his law training. In order to make the most interesting and attractive subject for students, we propose also to use the school computer lab, where they can do the findings and to confirm results obtained in the classroom.

Key-words: Mathematics Education. Rational Functions. Information technology in education

Salvador BA: UCSal, 8 a 10 de Outubro de 2014,
ISSN 2316-266X n.3, v. 1, p. 125-138

INTRODUÇÃO

Dentre os conteúdos da matemática, no Ensino Médio, consideramos que a formação de conceitos do campo de funções desempenha um papel fundamental na formação básica do cidadão. Falar em formação básica para a cidadania significa falar da inserção das pessoas no mundo do trabalho, nas relações sociais e na cultura, no âmbito da sociedade brasileira. Para isso, sem dúvida, metodologias que favoreçam um bom domínio de conteúdos de funções, principalmente a habilidade de construção, análise de gráficos e tabelas, precisam ser estudadas e desenvolvidas.

O presente trabalho, de cunho bibliográfico, busca discutir a integração do estudo das funções racionais na matriz curricular da matemática no Ensino Médio, mais precisamente após o estudo de polinômios e equações algébricas, que, geralmente, é abordado na série final desse nível de escolaridade. Esse ponto estabelecido para a introdução do estudo das funções racionais deve-se ao fato dos alunos já possuírem os pré-requisitos, ou seja, as ferramentas necessárias para a realização do trabalho, como por exemplo a divisão e a fatoração de polinômios. Esperamos, com esta proposta, evidenciar a importância do tratamento de funções racionais no Ensino Médio, bem como motivar a introdução de novos métodos de ensino em sala de aula, que valorizem o tratamento formal da matemática e também a compreensão eficaz dos alunos sobre temas importantes da disciplina. Buscaremos, assim, contribuir para a reflexão dos professores e, por consequência, para a aprendizagem efetiva dos alunos.

FUNÇÕES RACIONAIS NO ENSINO MÉDIO

O único contato que os alunos têm com as funções racionais e algébricas é feito no primeiro ano do Ensino Médio, ainda que o nome de tais funções sequer seja comentado. Esse contato acontece no estudo da função real de variável real, contudo a abordagem se restringe à obtenção do domínio e imagem de tais funções. Para encontrar o domínio é analisada a lei de associação da função, obtendo as restrições da variável x para que a função exista. Para essas restrições dá-se o nome de condição de existência.

Uma informação importante para a construção do gráfico de funções racionais é a obtenção das assíntotas, sejam verticais, horizontais ou oblíquas. Só para termos uma noção de

Salvador BA: UCSal, 8 a 10 de Outubro de 2014,
ISSN 2316-266X n.3, v. 1, p. 125-138

como as assíntotas são abordadas no Ensino Médio, citamos a seguir dois livros didáticos de importantes autores. Em Dante (2010), a palavra assíntota aparece no estudo da hipérbole, no entanto, não há uma definição, nem uma noção intuitiva do que essa palavra significa. Já Almeida (2010) sequer comenta sobre assíntotas no desenvolvimento do estudo das hipérboles. Esses autores são considerados, no meio didático, os mais completos, em termos de abordagem e definições matemáticas. Uma vez que o estudo de assíntotas dos mesmos é bastante superficial ou inexistente, confirma-se nosso argumento de que o assunto é pouco explorado nas salas de aula.

Com o estudo das funções racionais, as assíntotas vão deixar de ser um objeto desconhecido aos olhos dos alunos e vão ajudar no melhor entendimento e na construção de gráficos mais fiéis das hipérboles, visto que as assíntotas estão diretamente ligadas à excentricidade e curvatura das mesmas.

O estudo das funções racionais é motivado pelo estudo dos polinômios, que acontece na terceira série do Ensino Médio, e pelo fato de que nas operações com polinômios, o quociente de funções polinomiais não é, geralmente, uma função polinomial. Dessa forma, propomos que o trabalho sobre funções racionais seja iniciado com os discentes a partir da apresentação da definição de funções racionais e de toda uma teoria relevante sobre o assunto.

A partir do desenvolvimento teórico, incluindo definição e exemplos iniciais, podemos propor uma primeira atividade a ser realizada pelos alunos com a supervisão do professor.

Atividade. Com os conhecimentos já adquiridos sobre funções, esboce o gráfico da função racional $f(x) = \frac{1}{x}$.

Iniciamos o problema com o que os alunos, teoricamente, já estão habituados a fazer, determinar a condição de existência e escrever o domínio da função em questão. As restrições para os valores de x em funções racionais sempre estarão no denominador. Devemos ter o denominador diferente de zero, portanto, x deve ser diferente de zero, ou seja, $x \neq 0$. Com isso, podemos escrever o domínio da função racional $D = \{x \in \mathbb{R}/x \neq 0\}$. Como x não pode assumir o zero como valor, logo não teremos uma ordenada $y = f(x)$ correspondente a zero. Mas, o que acontece quando tomamos valores, tanto positivo quanto negativo, para x cada vez mais próximos de zero? Observe que aqui deve ficar claro para o aluno o que significa cada vez mais próximo de zero, tanto com valores positivos quanto com valores negativos. Lembramos

Salvador BA: UCSal, 8 a 10 de Outubro de 2014,
ISSN 2316-266X n.3, v. 1, p. 125-138

que nossos alunos desconhecem a definição de limite e o que estamos querendo intuir é o seguinte: qual é o valor de $\lim_{x \to 0^+} f(x)$ e $\lim_{x \to 0^-} f(x)$?

A pergunta que poderia ser feita é: qual o valor de $f(x)$ quando tomamos valores, positivos, cada vez menores, como por exemplo: 0,1; 0,01; ... ; 0,00001 e assim por diante? Dessa forma, o aluno poderá perceber que para valores cada vez mais próximos de zero, ou seja, quando x tende a zero por valores positivos, $f(x)$ tende a crescer cada vez mais, ou seja, $f(x)$ tende ao infinito, uma vez que estamos efetuando a divisão de 1 por um número cada vez mais próximo de 0. O que acabamos de fazer e concluir é que $\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$. De forma análoga, chegamos à conclusão de que $\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$. Nesse último limite, é interessante ressaltar que o resultado negativo se dá, pois estamos dividindo um número positivo por um número negativo, cada vez mais próximo de zero.

Propomos agora verificar o comportamento da função, quando tomamos valores para x, cada vez maiores, ou seja, o que acontece com $f(x)$ quando tomamos para x valores como 100, 1000 , ... , 1000000 e assim por diante? Os alunos poderão observar que estamos dividindo o número 1 por valores cada vez maiores e com isso teremos como resultado para f(x) valores positivos cada vez mais próximos de zero. Intuitivamente, o que estamos fazendo é calcular limites no infinito. Nesse caso, $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0$. Analogamente, agora com valores negativos, teremos como resultado para $f(x)$ valores negativos cada vez mais próximos de zero, ou seja, $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x} = 0$.

Com essas informações em mãos, podemos esboçar o gráfico da função racional desejada, como mostra a Figura 1.

Salvador BA: UCSal, 8 a 10 de Outubro de 2014,
ISSN 2316-266X n.3, v. 1, p. 125-138

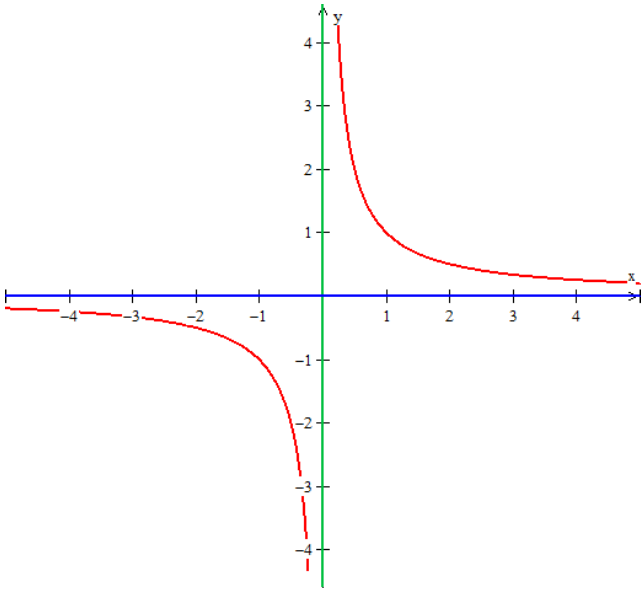

Figura 1: Gráfico da função racional $f(x) = \frac{1}{x}$

Note que o que fizemos foi intuir o que seriam exatamente as definições de assíntotas verticais e horizontais, sem a necessidade de utilizar as definições das mesmas. Na atividade proposta, $x = 0$ é assíntota vertical (reta na cor verde na Figura 1, correspondente ao eixo das ordenadas do plano) e $y = 0$ é assíntota horizontal (reta na cor azul na Figura 1, correspondente ao eixo das abscissas). Concluímos, então, que os eixos coordenados do plano cartesiano são as assíntotas da função racional $f(x) = \frac{1}{x}$.

Após essa primeira atividade, supervisionada pelo professor, é interessante que se proponha atividades de fixação, contendo funções racionais que tenham comportamento semelhante ao da função dada inicialmente, para que os alunos possam trabalhar individualmente ou em grupo. A família de funções do tipo $f(x) = \frac{1}{x-a}$ com $a \in \mathbb{R}$, por exemplo, possui o mesmo comportamento e os alunos podem praticar com valores específicos para a constante a, ou até mesmo construir uma generalização para o gráfico dessas funções quando $a \in \mathbb{R}$.

Essas atividades são os passos iniciais para que os alunos tenham os primeiros contatos com gráficos de funções racionais. É claro que o método de analisar a função, a partir dos valores de x, utilizado até aqui torna-se muito trabalhoso e inviável em funções racionais mais complexas. O objetivo é que os alunos possam utilizar seus conhecimentos em polinômios para

Salvador BA: UCSal, 8 a 10 de Outubro de 2014,
ISSN 2316-266X n.3, v. 1, p. 125-138

tornar o trabalho mais fácil. As ferramentas necessárias serão a fatoração e a divisão de polinômios.

A ideia é reescrever a função racional $\frac{f(x)}{g(x)}$. Se dividirmos $f(x)$ por $g(x)$, temos que:

$f(x) = g(x).q(x) + r(x)$

Dividindo a equação acima por $g(x)$, obtemos:

$$\frac{f(x)}{g(x)} = q(x) + \frac{r(x)}{g(x)}$$

Escrevendo a função racional, no formato mostrado acima, podemos facilmente identificar as assíntotas verticais e a assíntota horizontal ou oblíqua. De fato, as candidatas às assíntotas verticais são os pontos críticos da função racional, ou seja, as raízes do polinômio $g(x)$. Se o termo $\frac{r(x)}{g(x)}$ for escrito na forma irredutível (ou seja, simplificada), temos que as assíntotas verticais são os pontos críticos desse termo. Mostraremos, em um exemplo mais adiante, porque é importante escrever o termo mencionado na forma irredutível. Já a assíntota horizontal ou oblíqua é exatamente o polinômio $q(x)$ na equação acima, uma vez que no termo $\frac{r(x)}{g(x)}$ o grau de $r(x)$ é sempre menor do que o grau de $g(x)$, logo:

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to\pm\infty}\left[q(x) + \frac{r(x)}{g(x)}\right] = \lim_{x\to\pm\infty} q(x)$$

Vejamos a aplicação do que dissemos em um exemplo.

Exemplo. Determinar as assíntotas e esboçar o gráfico da função: $f(x) = \frac{2x-4}{x-5}$.

Iniciamos dividindo o polinômio $2x - 4$ pelo polinômio $x - 5$, obtemos 2 como quociente e 6 como o resto da divisão. Logo: $f(x) = \frac{2x-4}{x-5} = 2 + \frac{6}{x-5}$.

Observe que o termo $\frac{6}{x-5}$ está escrito na forma irredutível, ou seja, não pode ser simplificado. Assim, pelo que discutimos, o ponto crítico da função é $x = 5$, sendo portanto a assíntota vertical, e o quociente da divisão dos polinômios, 2, é a assíntota horizontal, portanto $y = 2$.

Para esboçar o gráfico, devemos ainda analisar o comportamento da função para valores em torno do ponto crítico. Nesse caso, em torno de $x = 5$. Escrevendo a função racional como descrito acima, também possibilita estudar o comportamento da mesma de maneira muito mais prática do que sua forma original. Na realidade, tudo que temos a fazer é estudar o

Salvador BA: UCSal, 8 a 10 de Outubro de 2014, ISSN 2316-266X n.3, v. 1, p. 125-138

comportamento do termo $\frac{6}{x-5}$ para x cada vez mais próximo de 5, tanto pela direita e quanto pela esquerda, uma vez que este resultado só será incrementado da constante 2.

Mais uma vez, como citado no início do texto, devemos deixar claro para os alunos o significado de x cada vez mais próximo de 5 pela direita e pela esquerda. Por mera inspeção temos que quando x se aproxima de 5 pela direita a função tende a mais infinito e quando x se aproxima de 5 pela esquerda, a função tende a menos infinito.

Com essas informações em mãos, podemos esboçar o gráfico da função em questão. A curva em vermelho na Figura 2 é o gráfico de $f(x)$, em que a reta na cor azul, $y = 2$, é a assíntota horizontal e a reta na cor verde, $x = 5$, é a assíntota vertical.

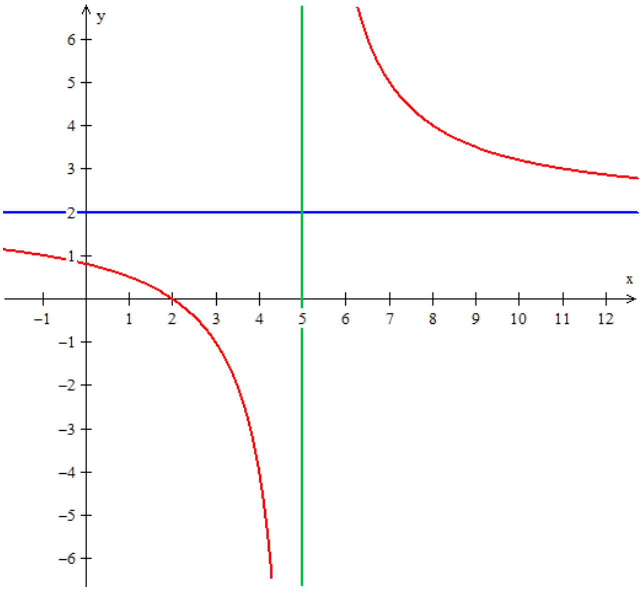

Figura 2: Gráfico da função racional $f(x) = \frac{2x-4}{x-5}$

O método sugerido de reescrever a função racional possibilitará ao aluno obter as assíntotas e esboçar o gráfico de funções racionais sem maiores dificuldades, uma vez que só utiliza ferramentas já conhecidas pelo mesmo e requer uma breve análise do comportamento da função em torno de seus pontos críticos.

Vejamos agora mais uma atividade que pode ser proposta aos alunos e que pode resolvida simplesmente reescrevendo a função racional.

Atividade. Determinar as assíntotas e esboçar o gráfico da função: $f(x) = \frac{2x^2-x-1}{x^2-1}$.

Efetuando a divisão, podemos reescrever a função:

Salvador BA: UCSal, 8 a 10 de Outubro de 2014, ISSN 2316-266X n.3, v. 1, p. 125-138

$$f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 1} = 2 - \frac{x - 1}{x^2 - 1}$$

Observe que o termo $\frac{x-1}{x^2-1}$ não está escrito na forma irredutível, ou seja, o termo pode ser simplificado. Voltamos então ao que dissemos, sobre a necessidade de sua simplificação, principalmente pelo fato de facilitar a identificação das assíntotas e a análise do comportamento da função. O termo escrito sem a simplicação nos leva a duas candidatas às assíntotas verticais, $x = 1$ e $x = -1$, pontos críticos da função. No entanto, $x = 1$ também anula o numerador, chegando a uma indeterminação do tipo$\frac{0}{0}$. Como 1 é raiz do numerador e do denominador do termo em questão, efetuamos a simplificação através da fatoração dos polinômios e com isso teremos, de forma explícita, a assíntota vertical. Sendo assim:

$$f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x^2 - 1} = 2 - \frac{x - 1}{x^2 - 1} = 2 - \frac{x - 1}{(x - 1)(x + 1)} = 2 - \frac{1}{x + 1}$$

Agora podemos claramente identificar as assíntotas. Na Figura 3, a reta $y = 2$, na cor azul, é a assíntota horizontal, a reta $x = -1$, na cor verde, é a assíntota vertical e a curva em vermelho é o gráfico de $f(x)$.

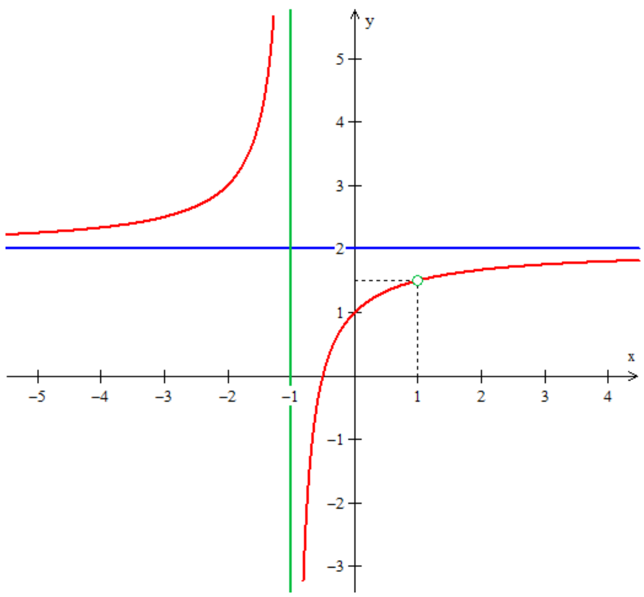

Figura 3: Gráfico da função racional $f(x) = \frac{2x^2-x-1}{x^2-1}$

Deve-se ainda, ficar atento em relação ao domínio da função em questão. A mesma, não possui assíntota no ponto $x = 1$, mas possui uma descontinuidade, por não está definida neste,

Salvador BA: UCSal, 8 a 10 de Outubro de 2014,
ISSN 2316-266X n.3, v. 1, p. 125-138

e mesmo após reescrever a função racional, o seu domínio deverá ser mantido, ou seja, a descontinuidade não deixará de existir.

SOFTWARES PARA CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS

Sugerimos que as atividades, propostas nas seções anteriores, sejam aplicadas em sala de aula e que os gráficos das funções racionais sejam construídos pelos alunos, de forma individual ou em grupo, sob a supervisão e orientação do professor, de maneira a fixar os conceitos apresentados. Propomos, ainda, que o laboratório de informática seja utilizado, para que os alunos, através de softwares matemáticos que possibilitam a construção de gráficos de funções, possam fazer a constatação e a confirmação dos resultados obtidos.

Existem vários softwares matemáticos que possibilitam a construção de gráficos de funções. Muitos deles podem ser encontrados e baixados da internet de forma gratuita. Entre os programas de fácil manuseio e download gratuito, indicamos o Winplot e o Geogebra. Estes softwares possuem uma interface de fácil visualização e a construção de funções obedece a meros comandos de controle. A utilização destes programas dinamiza as aulas, pois de forma visual e coletiva as inúmeras funções podem ser representadas e analisadas detalhadamente, bem como a solução de situações problemas pelo método gráfico.

O Winplot é um programa que possibilita gerar gráficos 2D e 3D, a partir de funções ou equações matemáticas. Podem-se obter resultados rápidos, diretos e excelentes, sendo ainda possível a personalização dos gráficos, com alteração de cores e espessuras de traçados. O *menu* do sistema é simples, existe uma opção de *Ajuda* em todas as partes. Aceita funções matemáticas de modo natural. É um programa completo e totalmente em português, o que é um facilitador para os alunos. O Geogebra é um programa de matemática dinâmica, feito com o intuito de ser utilizado em sala de aula, que já ganhou vários prêmios. Possibilita o desenho de funções e, ainda, a alteração dinâmica deles, após serem construídos. Também está em português e é de fácil utilização.

Salvador BA: UCSal, 8 a 10 de Outubro de 2014,
ISSN 2316-266X n.3, v. 1, p. 125-138

ATIVIDADES COM O GEOGEBRA

Os softwares matemáticos, sugeridos para a construção dos gráficos das funções racionais no laboratório de informática, possuem, ainda, uma ferramenta bastante interessante, que possibilita a animação do gráfico construído a partir da variação de uma ou mais constantes, chamadas de parâmetros. Nesta seção, iremos propor algumas atividades a serem realizadas com o Geogebra, para realizar a animação do gráfico. A elaboração das animações possibilita aos alunos visualizarem o comportamento de determinada função racional, quando variamos uma ou mais de suas constantes.

Atividade. Tomemos como um exemplo inicial a função $f(x) = \frac{1}{x-a}$, com $a \in \mathbb{R}$.

Nesta atividade, os alunos podem observar o comportamento da função a partir da variação da constante a. Para $a = 0$ já fizemos a discussão sobre a função na primeira atividade.

O primeiro passo é definir um "Controle Deslizante" para a constante a. Para isso, basta clicar no ícone de "Controle Deslizante", na barra de ferramentas do programa, e em seguida clicar na "Janela de Visualização" e "Aplicar". Como já observamos neste estudo, para a função $f(x) = \frac{1}{x-a}$, temos que a assíntota vertical é $x = a$ e a assíntota horizontal é $y = 0$.

Desta forma, no campo "Entrada" definimos os comandos $f(x) = 1/(x-a)$, $x = a$ e $y = 0$. Na "Janela de Visualização" irá aparecer a função e as assíntotas com o "Controle Deslizante" fixado em $a = 0$. Clicando com o botão direito do *mouse* em cima do "Controle Deslizante", na "Janela de Visualização", podemos selecionar a função "Animar" e o gráfico irá se mover para diferentes valores de a, em um intervalo pré-determinado, completando nossa atividade.

Na Figura 4 podemos observar o comportamento da função $f(x) = \frac{1}{x-a}$ para diferentes valores do parâmetro a. A curva em vermelho corresponde à função, a reta verde é a assíntota vertical e a reta azul (eixo Oy) é a assíntota horizontal.

Salvador BA: UCSal, 8 a 10 de Outubro de 2014, ISSN 2316-266X n.3, v. 1, p. 125-138

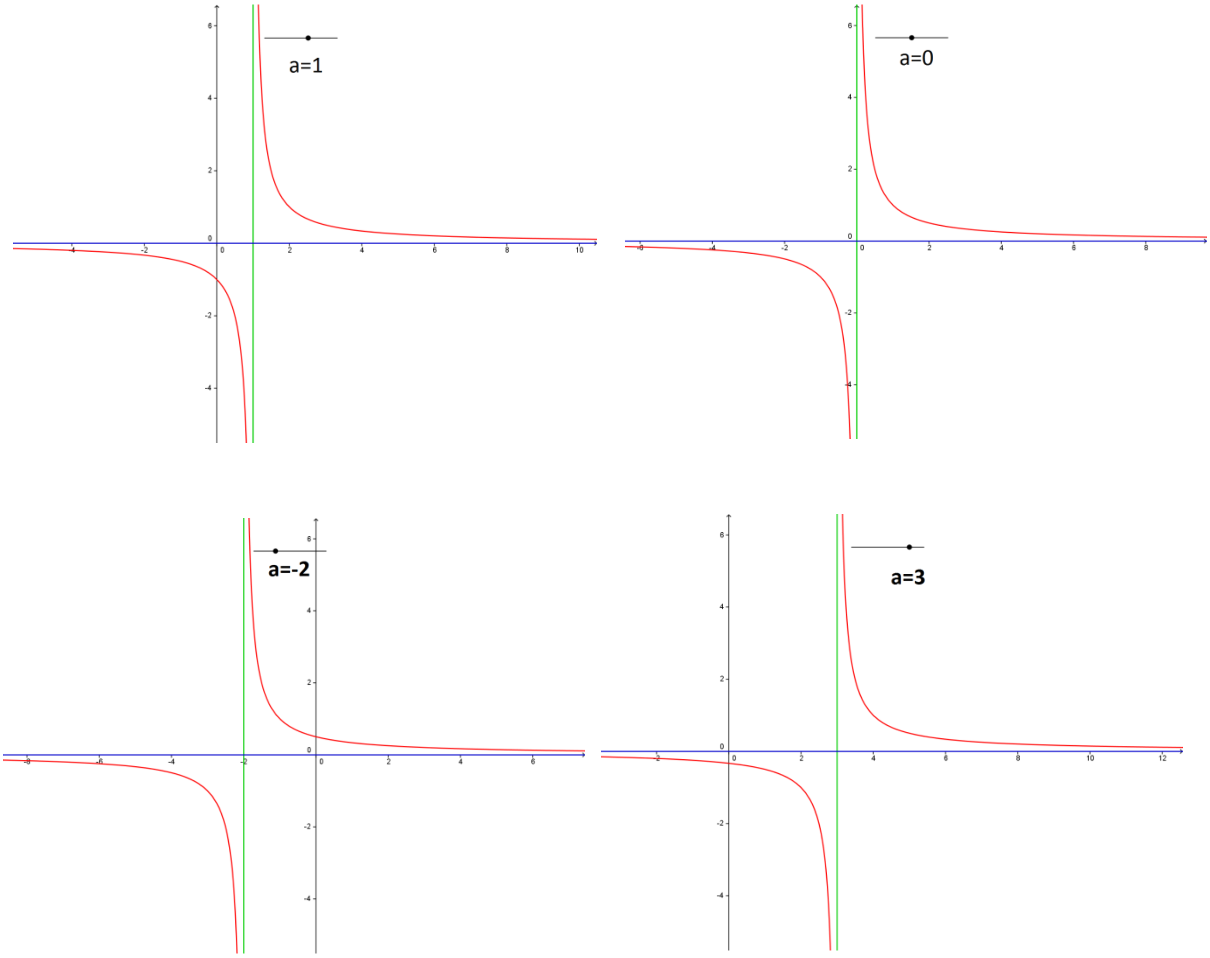

Figura 4: Gráfico da função racional $f(x) = \frac{1}{x-a}$ para diferentes valores do parâmetro a

Ao aplicar esta atividade, é interessante, ainda, que o professor frise aos alunos a importância do parâmetro a na assíntota da função.

Os gráficos podem ser personalizados com diferentes cores e espessuras de linha, para tanto, deve-se clicar com o botão direito do *mouse* sobre a curva e selecionar a função "Propriedades".

Passemos agora para outra atividade, em que podemos animar dois parâmetros diferentes.

Atividade. Verifiquemos com o Geogebra o comportamento da função $f(x) = \frac{bx}{x-a}$, com $a, b \in \mathbb{R}$.

Salvador BA: UCSal, 8 a 10 de Outubro de 2014,
ISSN 2316-266X n.3, v. 1, p. 125-138

As construções são semelhantes às realizadas na atividade anterior. Inicialmente, devemos definir dois controles deslizantes, um para a constante a e outro para a constante b.

Estudando as assíntotas da função $f(x) = \frac{bx}{x-a}$, sabemos que $x = a$ é a assíntota vertical e que $y = b$ é a assíntota horizontal. Sendo assim, no campo "Entrada" definimos os comandos $f(x) = b * x/(x - a)$, $x = a$ e $y = b$.

Podemos agora "Animar" cada "Controle Deslizante", juntos ou separadamente, e observar o comportamento do gráfico para diferentes valores dos parâmetros a e b. Na Figura 5 podemos observar esse comportamento. A curva em vermelho corresponde à função, a reta verde é a assíntota vertical e a reta azul é a assíntota horizontal.

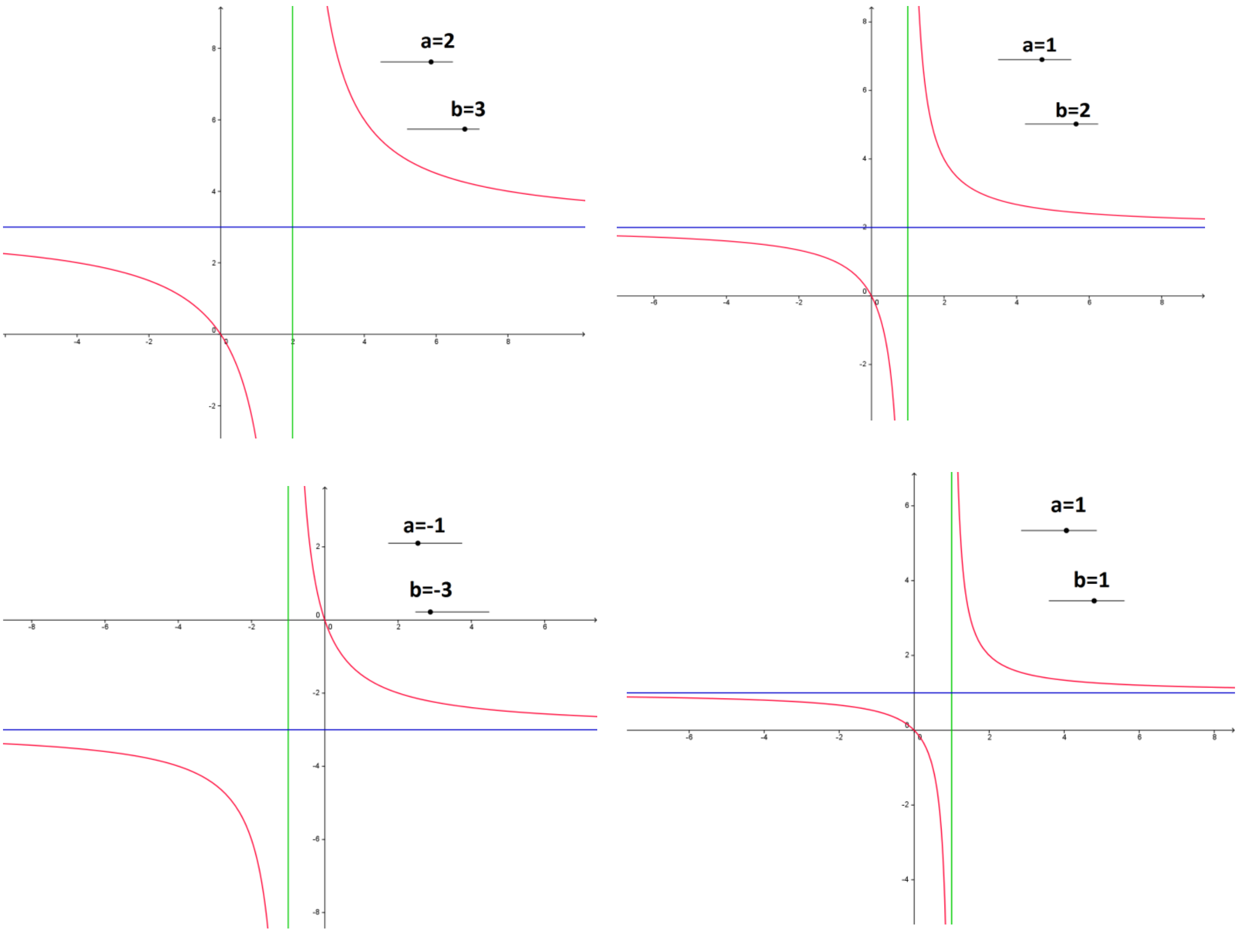

Figura 5: Gráfico da função racional $f(x) = \frac{bx}{x-a}$ para diferentes valores dos parâmetros a e b

Salvador BA: UCSal, 8 a 10 de Outubro de 2014,
ISSN 2316-266X n.3, v. 1, p. 125-138

Os alunos devem tirar algumas conclusões da atividade proposta, como por exemplo:

- Observar que a constante a corresponde à assíntota vertical e que a constante b corresponde à assíntota horizontal da função.
- Observar que se $b = 0$, a função racional se reduz à função constante $f(x) = 0$.
- Observar que se $a = 0$, a função racional se reduz à função constante $f(x) = b$.

As animações das funções racionais servem como sugestões de atividades. Cada professor pode usar seu conhecimento e sua imaginação para montar outras animações que venham a acrescentar no conhecimento de seus discentes em relação ao comportamento das funções racionais.

CONCLUSÃO

Concluímos que o estudo de funções racionais no Ensino Médio pode ser viável, pois a abordagem aqui proposta parte de conteúdos que compõem o programa de ensino desses alunos. Assim, buscamos tornar o assunto de funções racionais acessível aos discentes, utilizando de forma intuitiva o conceito de limite, sem a necessidade de apresentar sua definição, e reescrevendo a lei de formação dessas funções, de maneira que suas assíntotas pudessem ser facilmente identificadas. Essa forma de se reescrever a lei de formação da função torna o trabalho de análise do comportamento da mesma muito mais simples, principalmente em torno de seus pontos críticos.

Acreditamos, ainda, que a inserção desse conteúdo no currículo escolar torna o mesmo mais completo e enriquece a bagagem de conhecimento dos alunos. Isso não chegaria a prejudicar o cronograma de desenvolvimento do currículo, uma vez que tal assunto está diretamente relacionado com as funções polinomiais e será tratado como um aprofundamento de ensino, podendo ser feito em poucas aulas adicionais. Busca desenvolver nos alunos uma maior capacidade crítica, possibilitando que eles tirem conclusões a partir da análise do comportamento das funções racionais. Apresentamos também a possibilidade de utilização da tecnologia a favor do ensino. Sugere-se a utilização de softwares para a construção de gráficos e posterior análise dos mesmos.

Com esta proposta, constatamos que alguns conceitos e abordagens importantes na matemática muitas vezes são deixados de lado na seleção de conteúdos ministrados pelas

Salvador BA: UCSal, 8 a 10 de Outubro de 2014, ISSN 2316-266X n.3, v. 1, p. 125-138

escolas. Essa deficiência de conceitos acaba por tornar o ensino defasado em diversos pontos, deixando o aluno a mercê de algumas carências. Enfatizamos a importância de uma matriz curricular completa e dialógica, que tratam os referidos conteúdos matemáticos com o rigor conceitual. Dessa forma, para uma nação que almeja ser desenvolvida, como a nossa, é preciso que essas carências sejam sanadas e que o ensino possa, assim, ser satisfatório e preparar realmente o aluno para seu pleno desenvolvimento acadêmico.

O estudo aqui proposto sugere um modo de inserir as Funções Racionais de maneira eficaz no Ensino Médio, apresentando atividades e formas alternativas de aplicá-las.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, N. DEGENSZAJN, D. DOLCE, O. IEZZI, G. PÉRIGO, R. *Matemática: Ciência e Aplicações. Ensino Médio*. Volume 3. 6ª Edição. São Paulo: Saraiva, 2010.

CARVALHO, P. C. P. LIMA, E. L.; MORGADO, A. C.; WAGNER, E. *A Matemática do Ensino Médio*. Volume 1. Coleção do Professor de Matemática. 6ª Edição. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

______. *A Matemática do Ensino Médio*. Volume 3. Coleção do Professor de Matemática. 6ª Edição. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

DANTE, L. R. *Matemática: Contexto e Aplicações*. Volume 3. 3ª Edição. São Paulo: Ática, 2010.

HEFEZ, A. VILLELA, M. L.T. *Polinômios e Equações Algébricas*. Coleção PROFMAT. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

MUNEM, M. FOULIS, D. *Cálculo*. Volume 1. Tradutor André Lima Cordeiro. Rio de Janeiro: LTC, 2011.

NETO, A. C. M. *Tópicos de Matemática Elementar: Polinômios*. Rio de Janeiro: SBM, 2012.